2) a) $V_{AEFH}=\frac{1}{6}\left|\left(\overrightarrow{EH}\wedge\overrightarrow{EF}\right).\overrightarrow{EA}\right|=\frac{1}{6}\left|\overrightarrow{EA}.\overrightarrow{EA}\right|=\frac{1}{6}EA^2=\frac{1}{6}.uv$.

b) $\frac{1}{3}d\left(E,(AFH)\right)=\frac{V_{(AEFH)}}{A_{AHF}}=\frac{1}{3\sqrt{3}}$ donc $d\left(E,(AHF)\right)=\frac{1}{6}\times\frac{2}{\sqrt{3}}\times 3=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

3 a) Le plan passant par A,F et H est le plan de vecteur normal $\overrightarrow{AF}\wedge\overrightarrow{AH}$, A(0,0,0) $\overrightarrow{AF}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}\Rightarrow F(1,0,1)$,

$\overrightarrow{AH}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AE}\Rightarrow H(0,1,1)$ *donc* $\overrightarrow{AF}\wedge\overrightarrow{AH}\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}$ donc P :-x-y+z+d=0 or $A\in P$ alors -0-0+0+d=0 alors P :-x-y+z=0.

b) On a E(0,0,1) donc $d\left(E,P\right)=\frac{\left|-0-0+1\right|}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

4) $h_{\left(A,\frac{1}{2}\right)}$; h(F)=F', h(H)=H',h(E)=E' et h(A)=A alors $V_{(AF'H'E')}=\frac{1}{8}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{48}.uv$.

Exercice N°18

Soit $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ un repère orthonormé direct de l'espace E, on donne trois points A(2,-2,1) ; B(2,1,-2) et C(1,2,2).

1) a) Montrer que OABC est un tétraèdre dont les 3 faces OAC, OAB et OBC sont des triangles rectangles et isocèles isométrique.

b) Donner alors la nature du triangle ABC et préciser les coordonnés du centre de gravité G du triangle ABC.

2) a) Déterminer les expressions analytiques de l'homothétie h de centre G et de rapport $k=\frac{-1}{2}$.

b) Déduire alors les coordonnés des points A', B', C', et O' images respective par h des points A, B, C, et O.

3) Soit S la sphère de centre O de rayon R=3.

a) Préciser S'=h(S) ainsi que h((ABC)).

b) Prouver que S et S' coupent le plan (ABC) suivant deux cercles (ζ) *et* (ζ') excentriques en G dont on précisera le rayon de chacun.

Exercice N°19 $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ un repère orthonormé directe de E, B(2,0,0), C(0,2,0) et D(-2,0,0).

1) Montrer que le triangle BCD est rectangle. 2) Déterminer une équation de la sphère (S) de diamètre [BD].

3) Soit I(-1,1,0) et soit P le plan passant par C et perpendiculaire à la droite (OI).

a) Donner une équation cartésienne du plan P.

b) Montrer que P et (S) sont sécants suivant un cercle (C) qu'on déterminera le centre et le rayon.

4) Soit h l'application de l'espace dans lui-même qui à tout point M(x,y,z) associe le point M'(x',y',z') tels que

$$\begin{cases}x'=-3x-4\\y'=-3y+4\\z'=-3z\end{cases}.$$

a) Déterminer la nature de h et ces éléments caractéristiques.

b) Soit (S') la sphère image de (S) par h. Donner une équation cartésienne de (S').

c) Déterminer les translations qui transforme P en un plan tangent à (S') et de vecteurs orthogonaux à P

5) Soit S_1 la sphère de centre I et de rayon 3. Montrer qu'il existe deux homothéties qui transforme S en S'.

Exercice N°20 L'espace E est muni d'un repère orthonormé direct $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$.

On donne les points A(0,1,1), B(1,3,3) et C(-3,-2,1).

1) a) Calculer $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$. En déduire une mesure en radian de $\hat{BAC}$.

Devoir.th
Toutes les matières, tous les niveaux...